Deutscher

Uhrmacher-Kalender

für das Jahr

1895

(Grofsmanns Notizkalender, Jahrgang XVIII).

Praktisches

Geschäfts- und Werkstatt-Taschenbuch

für

Uhrmacher.

Berlin.

Verlag von W. H. Kühl.

Berechnung der Gröfse und des Gewichtes von Unruhen für tragbare Uhren.

Es ist bis jetzt noch nicht gelungen, zur Ermittelung des Gewichtes der Unruhe für eine gegebene Uhr eine Berechnungsmethode aufzustellen, welche zum Ziele führt und jene Einfachheit besitzt, um thatsächlich anwendbar zu sein.

Wollte man dieses Gewicht unter Berücksichtigung aller einschlägigen Faktoren rechnerisch bestimmen, so würden aufserordentlich langwierige Berechnungen erforderlich sein, von denen mindestens ein Teil nur auf Grund ungewisser oder ungenauer Annahmen durchgeführt werden könnte, da wenigstens vorläufig noch die nötigen Erfahrungsangaben fehlen. Dem Uhrmacher steht im allgemeinen aber auch nur selten die Zeit zur Verfügung, so langwierige Berechnungen auszuführen, welche, abgesehen von ihrer teilweisen Unsicherheit, auch ziemlich schwierig sind.

Es erfolgte deshalb bisher die Bestimmung des Unruhgewichtes in der Fabrikation meist auf dem Versuchswege, während in allen den Fällen, wo es sich darum handelte, das Gewicht der Unruhe für einzelne Uhren festzustellen, kaum etwas anderes zu thun übrig blieb, als Unruhen gleichartiger Uhren zu kopiren, oder in Ermangelung solcher, das Gewicht derselben förmlich zu erraten, weil für diese Fälle auch der Versuchsweg noch als zu langwierig und kostspielig erschien.

Tabellen, welche für einen Unruhdurchmesser nur eine Gewichtsangabe enthalten, mithin Abweichungen in der Werkhöhe oder in der Gangdauer der Uhr, in der Schwingungszahl der Unruhe oder in den Verhältnissen der Hemmung nicht berücksichtigen, können nur einen sehr bedingten Wert haben. Es müfste nämlich, um nur eins hervorzuheben, das Unruhgewicht bei gleichbleibendem Unruhdurchmesser sich ändern, je nachdem das Werk höher oder niedriger, die Feder also breiter oder schmäler wäre.

Dafs somit die eben genannten Hilfsmittel zur Feststellung des Unruhgewichtes zuweilen in Stich lassen, hat wohl jeder Uhrmacher, der aufsergewöhnliche Uhren mit Unruhe herstellen mufste, schon in Erfahrung gebracht. Um nun diese Lücke auszufüllen und eine einfache und zweckentsprechende Bestimmungsmethode einzuführen, habe ich versucht, nachdem ich mich längere Zeit schon mit der Sache beschäftigt und viele Messungen und Untersuchungen vorgenommen hatte, das Unruhgewicht durch Berechnung, wie folgt zu ermitteln.

Es kommt hierbei der Hauptsache nach darauf an, das bei gegebener bewegender Kraft zur Erfüllung gewisser Bedingungen geeignetste **Trägheitsmoment der Unruhe** festzustellen.

Bevor wir weiter gehen, ist es notwendig, über gewisse allgemeine Begriffe der Mechanik im Klaren zu sein. Weil es hier jedoch zu weit führen würde, ausführliche theoretische Betrachtungen anzustellen, und in der Abhandlung des Herausgebers dieses Kalenders, Jahrg. 1890, Seite 5—34, über Trägheit, Bewegung, Masse und Gewicht der Körper, Kräfte und Kräftemafs etc. das Notwendige ohnehin in der klarsten Weise dargelegt ist, so brauche ich für diejenigen Leser, die der theoretischen Grundlagen nicht mehr ganz sicher sind, nur hierauf zu verweisen.

Es findet sich in diesem Artikel die Erklärung, warum die Fallbeschleunigung aus der Schwerkraft der Erde rund 9,8 Meter ist, eine Gröfse, die man allgemein mit dem Buchstaben g bezeichnet und die

wir für unsere Berechnungen, in welchen es sich stets um Millimeter handeln wird, auch in Millimetern ausdrücken, es ist also

$$g = 9809 \text{ mm}.$$

Weiter können wir dort nachlesen, dafs die Masse M eines Körpers gleich dessen Gewicht G dividirt durch die Beschleunigung g der Erdschwere ist, also:

$$M = \frac{G}{g}$$

und finden ferner (Seite 9) auch die Winkelgeschwindigkeit erwähnt.

In den Fortsetzungen (Jahrg. 1891, Seite 24 u. ff.) ist aufserdem das Moment einer Kraft und (Jahrg. 1892, Seite 1—7) die Berechnung der Kraftwirkung bei Räderwerken erläutert.

Es bleibt uns daher nur noch folgendes zu erklären übrig: Wir wissen, dafs eine Kraft durch die Beschleunigung gemessen werden kann, die sie einem Körper von gegebener Masse erteilt. Kann sich der Körper nun nicht frei bewegen und ist er gezwungen, sich um eine Achse zu drehen, so erfolgt die Beschleunigung nicht mehr geradlinig, sondern längs eines Kreisbogens von gewissem Radius. (Wir haben es hier mit einer Winkelbeschleunigung zu thun, welche, um sie in Linearmafs ausdrücken zu können, auf die Radius-Einheit zurückgeführt werden mufs, weil für einen und denselben Winkel die Bogenlänge sich mit der Länge des Halbmessers ändert.) In diesem Falle ist bei Berechnungen aufser der wirklichen Geschwindigkeit eines Massenpunktes auch dessen Abstand von der Drehungs-Achse zu berücksichtigen.

Nun haben wir es aber bei einem rotirenden Körper niemals mit nur einem Massenpunkte zu thun und es ist deshalb ein mafsgebender Radius ohne weiteres nicht zu erkennen. Man kann sich jedoch bei vielen regelmäfsigen Körpern alle Massenpunkte auf einem Kreisumfange zusammengedrängt denken, sodafs man auch nur mit einem Drehungshalbmesser zu rechnen hat.

Diesen Halbmesser nennt man allgemein Trägheitshalbmesser.

Das Trägheitsmoment eines Körpers ist nun gleich der Summe der Produkte aus der Masse seiner einzelnen Moleküle und dem Quadrate ihrer Abstände von der gemeinschaftlichen Drehungsachse.

Da wir auch bei einer Unruhe eine Massenperipherie und folglich einen bestimmten Halbmesser (Trägheitshalbmesser) hierzu feststellen können, so erhalten wir das Trägheitsmoment A derselben, indem wir ihre Masse $\left(M = \frac{G}{g}\right)$ mit dem Quadrate ihres Trägheitshalbmessers, mit r^2, multipliziren. Es ist also:

$$A = \frac{G}{g} \cdot r^2.$$

Multiplizirt man das Trägheitsmoment eines Körpers mit dem Quadrate seiner Winkelgeschwindigkeit, so erhält man die lebendige Kraft desselben, welche gleich ist der in der bewegten Masse angesammelten mechanischen Arbeit. —

Um einen in Bewegung befindlichen Körper in Ruhe zu bringen, ist eine Widerstandsarbeit zu leisten, welche gleich seiner lebendigen Kraft ist. —

Es werden also nach dem eben Gesagten die Schwingungen einer Unruhe um so weniger von äufseren Einflüssen beeinträchtigt, je gröfser deren lebendige Kraft ist, mithin: je gröfser Trägheitsmoment und Winkelgeschwindigkeit der Unruhe im Verhältnis zu den ihre Bewegung beeinflussenden Widerständen sind.

Dafs das Trägheitsmoment einer Unruhe vor allem in einer gewissen Beziehung zur bewegenden Kraft stehen und im Verhältnis zu dieser und zu den Widerständen ein möglichst grofses sein mufs, ist nach dem Gesagten wohl auch klar. Ebenso, dafs das Trägheitsmoment der Unruhe mit der Schwingungszahl pro Zeiteinheit sich ändert, da bei einer vergröfserten Schwingungszahl — von welcher die Winkelgeschwindigkeit wesentlich abhängt — entweder die Arbeitsleistung der Uhr wachsen, oder das Trägheitsmoment der Unruhe kleiner gewählt werden müfste.

Ein weiterer Faktor, welcher bei Bestimmung des Trägheitsmomentes einer Unruhe zu berücksichtigen wäre, ist die Schwingungsweite. Da aber einerseits die für Hemmungen und Uhrwerke im allgemeinen angewandten Konstruktions-Grundlagen derartige sind, dafs die gewünschte Schwingungsweite ohnehin erreicht wird, wenn nur den anderen Bedingungen Rechnung getragen ist, und anderseits bei Einführung der Schwingungsweite in die Rechnung diese langwierig und zum Teil unsicher würde, so werden wir die Schwingungsweite in der nachfolgenden Berechnung nicht berücksichtigen. Dafs dies angeht, wird man zugeben, wenn man den Umstand berücksichtigt, dafs eine Veränderung in der bewegenden Kraft nur einen verhältnismäfsig geringen Einflufs auf die Schwingungsweite ausübt. Es sind nämlich die Schwingungsweiten den Quadratwurzeln der Momente der bewegenden Kraft proportional, und deshalb würde die Schwingungsweite einer Unruhe, wenn sie bei einem Momente der Triebkraft von 25 gleich $1\frac{1}{2}$ Umgängen wäre, bei dem um mehr als den dritten Teil kleineren Kraftmoment von 16 gleich $\frac{\sqrt{16} \cdot 1{,}5}{\sqrt{25}} = 1{,}2$ Umgängen sein, also nur um den fünften Teil abgenommen haben.

Für tragbare Uhren ist es ferner von der gröfsten Wichtigkeit, die Verhältnisse der Hemmung und das Trägheitsmoment der Unruhe so zu wählen, dafs die Uhr von selbst angeht, sich also nicht halten läfst, weil sonst, wenn durch einen Stofs oder eine Drehung die Bewegung der Unruhe aufgehoben würde, wie das öfter geschieht, die Uhr zum Stillstand käme.

Da die Verhältnisse der Hemmung nun schon aus anderen Gründen, auf welche hier einzugehen zu weit führen würde, feststehende sind, so bleibt, um bei einer zu konstruirenden Uhr das Haltenlassen zu vermeiden, nichts weiter übrig, als das Trägheitsmoment der Unruhe entsprechend zu wählen.

Nimmt man nun an, eine in ihren Verhältnissen (mit Ausnahme der Mafse für die Unruhe) gegebene Uhr soll bei einer gewissen Anzahl von Umgängen aufgezogen angehen, so ist damit die bewegende Kraft gegeben.

Man kann dieselbe am Federhaus direkt messen, ihr Moment berechnen und sodann, mit Hilfe des Übersetzungsverhältnisses bis zur Unruhe, das der Rechnung nach auf die letztere einwirkende Kraftmoment ermitteln.

Bestimmt man sich dann die bei der Kraftübertragung entstehenden Verluste, so erhält man, nach Abzug derselben von der berechneten Kraft, das thatsächlich auf die Unruhe einwirkende Kraftmoment.

Wir werden dasselbe im folgenden stets mit P bezeichnen.

1. Zahlenbeispiel.

Für eine Ankeruhr mit 41,2 mm Platinen Durchmesser, welche bei 1 Umgang aufgezogen angehen soll, ist das in diesem Falle auf die Unruhe einwirkende Kraftmoment zu berechnen.

Die Zahnzahlen des Räderwerkes sind:
Federhaus 76 | 10—80 | 10—75 | 10—70 | 7 Gangtrieb.

Es wurde gefunden: Der Winkel der Gangradsbewegung während der Wirkung $= 11^0$;
der Hebungswinkel des Ankers $= 8\,{}^1/_2{}^0$;
" " der Unruhe $= 29\,{}^3/_4{}^0$.*)

*) Das Messen der Hemmungswinkel geschieht am einfachsten und wenn andere Instrumente nicht zur Verfügung stehen, bei einer fertigen Uhr im Uhrwerke selbst, bei einer erst auszuführenden Uhr, deren Hemmung wir als gegeben annehmen können, im Eingriffzirkel mittels eines Gradbogens. Gut ist es, den Halbmesser dieses Gradbogens recht grofs, womöglich nicht unter 50 mm anzunehmen, um ein möglichst genaues Resultat zu erhalten, das für unsere Berechnungen sehr nötig ist. Die Einteilung des Gradbogens geschieht am besten auf einer Teilmaschine mit 360er Teilung. In Ermangelung einer solchen läfst sich die Teilung wohl auch mittels eines Zirkels herstellen, noch einfacher ist es aber, einen der überall käuflichen Winkelmesser (Transporteure) als Gradbogen zu benutzen.

Ein solcher Gradbogen wird nun vermittels eines daran angebrachten gut passenden Rohres über eine Spitze des Eingriffzirkels geschoben und daselbst durch eine am Rohre befindliche Schraube befestigt. Auf der Welle des betreffenden Hemmungsteiles oder auf diesem selbst wird dann ein Zeiger aus sehr dünnem Draht angebracht, welcher das Ablesen der durchlaufenen Winkel ermöglicht.

Die am Federhaus direkt gemessene Kraft der 1 Umgang aufgezogenen Feder war auf einem Hebelarm von 40 mm gleich 62 Gramm.*) Das Moment dieser Kraft ist also =

$$62 \times 40 = 2480 \text{ Millimetergramm.}$$

Die Übersetzung vom Federhaus zum Gangrad ist entsprechend den Zahnzahlen des Uhrwerkes =

$$\frac{76 \,.\, 80 \,.\, 75 \,.\, 70}{10 \,.\, 10 \,.\, 10 \,.\, 7} = 4560$$

und hiernach das Kraftmoment des Gangrades =

$$\frac{2480}{4560} = 0,\ 54386 \text{ mmgr.}$$

Das Kraftmoment, welches auf den Anker oder die Unruhe einwirkt, findet man nun, wenn man das Kraftmoment des Gangrades bezw. des Ankers mit dem Verhältnis der beiderseitigen Bewegungswinkel während der Wirkung multiplizirt, weil diese Winkel statt der Winkelgeschwindigkeiten der betreffenden Teile gesetzt werden können und die

Um die Winkelbewegungen bei einer fertigen Uhr im Uhrwerke selbst zu messen, kann man auf dem betreffenden Hemmungsteil ebenfalls einen Zeiger aus dünnem Draht befestigen, vom Drehungsmittelpunkte aus (vielleicht mit weichem Bleistift, um nichts zu verderben) mit möglichst grofser Zirkelöffnung einen Kreisbogen schlagen und auf diesem vermittels des Zeigers den Anfangs- und Endpunkt der Wirkung feststellen. Die zwischen diesen Punkten mit dem Millimeterschiebmafs ermittelte Entfernung ergiebt die Sehnenlänge des in Betracht kommenden Stückes vom geschlagenen Kreisbogen, wonach unter Zugrundelegung der hierzu benutzten Radiusgröfse und mit Hilfe der bekannten Sehnentafel der beobachtete Winkel leicht zu berechnen ist.

*) Die Kraft der Feder mifst man am besten direkt am Federhaus, indem man auf das Viereck der Federwelle einen Hebelarm aus nicht zu dünnem Blech (etwa 1 mm stark und 5 mm breit) setzt und mittels einer darangehängten kleinen Wagschale und aufgelegter Gewichte das Gleichgewicht herstellt. Das Gewicht der Wagschale mit den Schnüren mufs selbstverständlich hierbei mit eingerechnet werden. Um das Gewicht des Hebelarmes nicht in Rechnung ziehen zu müssen, ist es vorteilhaft, ihn als Doppelarm zu konstruiren und auf seiner Axe in's Gleichgewicht zu bringen. Damit derselbe Hebel für verschiedene Messungen brauchbar ist, empfiehlt es sich, abgekürzte Schlüsselrohre mit gleichem Gewinde in denselben einzupassen. Man braucht dann vorkommenden Falles nur das Schlüsselrohr zu wechseln.

Die Länge des Hebels kann 40—60 mm genommen werden. In Entfernungen von je 10 zu 10 mm bringt man Einschnitte zum Einhängen der Schnur der Wagschalen an.

wirkenden Kräfte im umgekehrten Verhältnis der Winkelgeschwindigkeiten zu einander stehen.

Es ist also das Kraftmoment des Ankers =

$$0{,}54386 \cdot \frac{11}{8{,}5} = 0{,}70382 \text{ mmgr.}$$

und das auf die Unruhe einwirkende Kraftmoment =

$$0{,}70382 \cdot \frac{8{,}5}{29{,}75} = 0{,}20109 \text{ mmgr.}$$

Nimmt man die Verluste, welche bei der Kraftübertragung bis zur Unruhe entstehen, mit $33\,^1/_3\,\%$ oder $^1/_3$ der gerechneten Kraft an, ein Mafs, welches nach verschiedenen Berechnungen und Messungen (ich fand es zwischen 30 und $36\,\%$ schwankend) für Taschenuhren der gewöhnlichen Bauart, ohne einen Fehler von Bedeutung zu begehen, wohl stets angenommen werden kann, so erhält man, da nach dem eben Gesagten der Nutzeffekt gleich $66\,^2/_3\,\%$ oder $^2/_3$ der gerechneten Kraft ist,

$$P = {}^2/_3 \cdot 0{,}20109 = \mathbf{0{,}13406 \text{ mmgr.}}$$

als das thatsächlich auf die Unruhe einwirkende Kraftmoment.

Soll die Uhr nun angehen, wenn dieses Kraftmoment P auf die Unruhe einwirkt, so mufs dasselbe gleich dem Kraftmoment der Spirale sein, welches diese besitzt, wenn sie um den entsprechenden Winkel — beim Cylinder- und Ankergang um den halben Gesamtbewegungswinkel der Unruhe während der Wirkung — angespannt wurde, die Unruhe also aus der Ruhelage sich soweit drehte, bis der Gangradszahn eben abfallen konnte. Dieses Kraftmoment der Spirale wollen wir stets mit $M\alpha$ bezeichnen, worin M das Elastizitätsmoment und α der Spannungswinkel der Spirale ist. Es kann dasselbe an einer fertigen Uhr auch direkt gemessen werden, indem man am Umfang der genau abgeglichenen Unruhe, allgemein gesagt: in der Entfernung r von der Drehungsachse, ein Gewichtchen p wirken läfst, welches im stande ist, die Spirale um den entsprechenden Winkel zu spannen. Es ist dann $M\alpha = p \cdot r$ und hieraus das Elastizitätsmoment der Spirale

$$M = \frac{p \cdot r}{\alpha}.$$

Hiernach mufs $P = M\alpha$ sein, woraus ersichtlich ist, dafs sich das Elastizitätsmoment der Spirale für eine gegebene Uhr auch berechnen läfst. (Vergleicht man übrigens an einer fertigen Uhr den Wert, welchen P der Rechnung nach — ohne die Reibung zu berücksichtigen — besitzt, und den, welchen es dem gemessenen Kraftmoment der Spirale nach hat, so ergiebt die Differenz der beiden Werte den bei der Kraftübertragung entstehenden Verlust).

Mit Hilfe der Formel, die zur Bestimmung der Zeitdauer der Unruhschwingungen dient und welche lautet:

$$T = \pi \cdot \sqrt{\frac{A}{M}}$$

könnte das, dem gegebenen Elastizitätsmoment der Spirale entsprechende Trägheitsmoment der Unruhe jetzt schon berechnet werden, da im allgemeinen nebst dem Elastizitätsmoment M der Spirale auch die Zeitdauer T der Unruhschwingungen bekannt ist oder angenommen werden kann. Das Trägheitsmoment A der Unruhe wäre dann:

$$A = \frac{T^2 \cdot M}{\pi^2}.$$

Dieser Ausdruck ist allerdings noch etwas unbequem, da M stets erst aus dem Kraftmoment auf die Unruhe P bestimmt werden müfste. Multiplizirt man rechts und links mit dem Spannungswinkel α der Spirale, so erhält man:

$$A\alpha = \frac{T^2 \cdot M \cdot \alpha}{\pi^2}.$$

Da nun $M\alpha = P$ ist, so wird diese Formel, indem man den Wert P für $M\alpha$ einsetzt, zu:

$$A\alpha = \frac{T^2 \cdot P}{\pi^2}, \text{ und ist hieraus}$$

$$A = \frac{T^2 \cdot P}{\pi^2 \cdot \alpha} \qquad (1).$$

Mittels dieses Ausdruckes läfst sich nun das Trägheitsmoment A der Unruhe leicht berechnen, da sowohl die Zeitdauer T der Unruhschwingungen, als auch das auf die Unruhe einwirkende Kraftmoment P und der Spannungswinkel α der Spirale bekannt sind.

2. Zahlenbeispiel.

Es ist das Trägheitsmoment der Unruhe für die im 1. Zahlenbeispiel gegebene Ankeruhr zu berechnen.

Die Uhr soll bei 1 Umgang aufgezogen angehen und das auf die Unruhe einwirkende Kraftmoment ist dann, wie berechnet wurde

$$P = 0{,}13406 \text{ mmgr.}$$

Die Zeitdauer einer Unruhschwingung ist, da die Uhr 18,000 Schwingungen pro Stunde macht,

$$T = \frac{3600}{18000} = 0{,}2 \text{ Sekunden.}$$

Der Gesamtbewegungswinkel der Unruhe während der Wirkung wurde gleich 35° gefunden; daher ist:

$$\measuredangle\, \alpha = \frac{35}{2} = 17^0\, 30'.$$

Drücken wir diesen Winkel, wie es für derartige Berechnungen stets geschieht, in Teilen des Halbmessers = 1 *) aus, so ist er =

$$\frac{2 \,.\, \pi}{360} \,.\, \alpha = \frac{2 \,.\, 3{,}1416}{360} \,.\, 17{,}5 = 0{,}30543.$$

Setzen wir die gefundenen Werte in die Formel (1) ein, so erhalten wir:

$$A = \frac{0{,}2^2 \,.\, 0{,}13406}{3{,}1416^2 \,.\, 0{,}30543} = \frac{0{,}0053624}{3{,}0145} = \mathbf{0{,}0017799}$$

als das Trägheitsmoment der Unruhe dieser Uhr. Aus dem Trägheitsmoment kann jetzt das Gewicht der Unruhe berechnet werden, wenn man ihren Durchmesser annimmt.

Diese Gröfse ist im allgemeinen durch die Werkverhältnisse (die Uhrgröfse) gegeben. Es ist bei Bestimmung derselben zu beachten, dafs von zwei Unruhen, deren Durchmesser verschieden, deren

*) Der Umfang eines Kreises mit einem Halbmesser von 1 ist $2 \,.\, 1 \,.\, \pi = 2 \,.\, \pi$; 1° ist auf diesem Umfang $= \frac{2 \,.\, \pi}{360}$ und n Grade sind $= \frac{2 \cdot \pi}{360} \,.\, n$.

Trägheitsmomente aber gleich grofs sind, die gröfsere Unruhe leichter sein wird als die kleinere.

Da nun die Reglage in den verschiedenen Lagen mit einer Unruhe von geringerem Gewicht leichter herzustellen ist, mit anderen Worten: bei einer leichteren Unruhe die durch die ungleiche Reibung entstehenden Differenzen des Ganges im Hängen und Liegen kleiner sein werden als bei einer schwereren Unruhe, so empfiehlt es sich, die Unruhe im allgemeinen so grofs als nur möglich zu machen, so grofs als es die Uhrgröfse und die Festigkeit der Teile zulassen.

Bei den Kompensationsunruhen der gewöhnlichen Ausführungsart ist jedoch besonders zu bedenken, dafs die aufgeschnittenen Reifen während der Schwingungen der Unruhe um so mehr federn werden, je gröfser der Durchmesser der Unruhe und je schwächer ihre Teile sind.

Man thut deshalb gut, sich auch in Bezug auf den Unruhdurchmesser vorerst immer an erprobte Muster zu halten.

Aus einer gröfseren Anzahl von Messungen an Uhren von bewährter Konstruktion habe ich für den äufseren Durchmesser der Unruhe die nachfolgenden Mafse erhalten. Dieselben gelten nur für Taschenuhren der gewöhnlichen Bauart ohne Repetirwerk oder dergl., Uhren also, in denen der Raum für das Federhaus voll ausgenützt werden konnte.

A. Cylinderuhren:

Für bessere ist der Unruhdurchmesser gleich dem Platinendurchmesser $\times$ 0,41 bis 0,4;
für gewöhnlichere oder kleinere gleich dem Platinendurchmesser $\times$ 0,39.

B. Ankeruhren:

Für gewöhnliche Uhren gelten hier dieselben Mafse wie für die Cylinderuhren.

Für Ankeruhren mit guter Kompensationsunruhe ist der Unruhdurchmesser
in Schweizer Uhren gleich dem Platinendurchmesser . . . $\times$ 0,395 bis 0,415;

in englischen Uhren gleich dem
Platinendurchmesser . . . $\times$ 0,388 bis 0,395;
in Glashütter Uhren gleich dem
Platinendurchmesser . . . $\times$ 0,385 „ 0,398.

In Uhren, welche mit Repetirwerk oder anderen Mechanismen versehen sind, kann, da hier der Raum ein beschränkter und das Räderwerk kleiner als sonst ist, der Unruhdurchmesser nicht nach dem Werkdurchmesser bestimmt werden. Man geht in solchen Fällen am besten vom Federhausdurchmesser aus und giebt der Unruhe im Mittel einen Durchmesser gleich dem des Federhausdeckels. Die Bestimmung des Unruhdurchmessers für Achttage-Uhren oder sonstige aufsergewöhnliche Anordnungen mufs noch etwas anders erfolgen.

Man geht in diesem Falle allein von dem Gesichtspunkte aus, dafs die Unruhe bei entsprechendem Trägheitsmoment und Gewicht in ihren einzelnen Teilen noch die nötige Festigkeit besitzen mufs.

Bei der im allgemeinen nicht sehr verschiedenen Ausführung der Unruhen wird man behufs Erzielung der nötigen Festigkeit am leichtesten zum Ziele gelangen, wenn man das Gewicht der Unruhe als in einer gewissen Beziehung zum Durchmesser stehend annimmt.

Die im nachfolgenden gegebenen Unruhtabellen werden dies ermöglichen.

A. Cylinderunruhen.

Durchmesser.	Gewicht.
10 Millim.	0,09 Gramm.
11 „	0,107 „
12 „	0,127 „
13 „	0,151 „
14 „	0,180 „
15 „	0,215 „
16 „	0,256 „
17 „	0,304 „
18 „	0,362 „
19 „	0,431 „
20 „	0,512 „
21 „	0,607 „
22 „	0,723 „

B. Kompensationsunruhen.

1. Reifenbreite wie in Uhren von mittlerer Höhe, etwa gleich dem Unruhdurchmesser $\times$ 0,078.

Äufserer Durchmesser mit den Schrauben.	Gewicht.
10 Millim.	0,130 Gramm.
11 „	0,155 „
12 „	0,186 „
13 „	0,222 „
14 „	0,266 „
15 „	0,318 „
16 „	0,380 „
17 „	0,452 „
18 „	0,537 „
19 „	0,639 „
20 „	0,759 „
21 „	0,904 „
22 „	1,070 „
23 „	1,273 „
24 „	1,508 „

2. Reifenbreite etwa gleich dem Unruhdurchmesser $\times$ 0,085 (kräftigere Unruhen).

Äufserer Durchmesser mit den Schrauben.	Gewicht.
15 Millim.	0,400 Gramm.
16 „	0,477 „
17 „	0,570 „
18 „	0,678 „
19 „	0,798 „
20 „	0,948 „
21 „	1,120 „
22 „	1,330 „
23 „	1,585 „
24 „	1,880 „

Der Durchmesser der Unruhe mufs nun provisorisch angenommen werden, sodann ist nach dem gegebenen Trägheitsmoment das Gewicht derselben zu rechnen. Indem man alsdann die so erhaltenen Gröfsen mit der Tabelle, bezw. mit etwa vorrätigen oder fertigen käuflichen Unruhen vergleicht und für den Fall, dafs die gewünschte Übereinstimmung nicht vorhanden ist, entsprechende Abänderungen trifft, kann man Gewicht und Gröfse der Unruhe auch in solchen Fällen bestimmen, in welchen man bisher auf das blofse Erraten angewiesen war.

Aus dem jetzt bekannten äufseren Unruhdurchmesser mufs nun, um die Berechnung des Unruhgewichtes zu ermöglichen, **der Trägheitshalbmesser der Unruhe** bestimmt werden.

Der Trägheitshalbmesser fällt bei den besseren Schweizer Kompensationsunruhen, deren Schrauben $^1/_3$ oder etwas mehr des Gesamtgewichtes der Unruhe schwer sind, wie ich mich durch vollständige Berechnungen mehrfach überzeugte, fast ganz genau mit dem inneren Reifenhalbmesser zusammen. Das gleiche gilt von den besseren Cylinderuhren.

Die englischen und Glashütter Unruhen haben gewöhnlich höhere und verhältnismäfsig schwerere Schrauben. Der Trägheitshalbmesser ist bei diesen deshalb meist etwas gröfser als der innere Reifenhalbmesser.

Da es der Uhrmacher meist mit Schweizer Unruhen zu thun hat, so dürfte es im allgemeinen genügen, den inneren Reifenhalbmesser als Trägheitshalbmesser anzunehmen. Den inneren Reifenhalbmesser erhält man, wenn man vom äufseren Unruhhalbmesser bei einfachen Unruhen die Reifenbreite, bei Unruhen mit Schrauben die Schraubenhöhe und Reifenstärke abzieht. Diese Gröfsen findet man für einfache Unruhen mit abgerund. Reifen = äufs. Unruhdurchm. $\times$ 0,068; mit flachem Reifen „ „ $\times$ 0,073.

Für bessere Kompensationsunruhen ist die Schraubenkopfhöhe + Reifenstärke*)

bei Schweiz. Uhren = äufs. Unruhdm. $\times$ 0,075—0,079,
„ englisch. „ = „ „ $\times$ 0,09—0,095,
„ Glashütt. „ = „ „ $\times$ 0,084—0,097.

*) Für manche Fälle dürfte es erwünscht sein, auch die Reifenstärke, die Schenkel- und die Gewindestärke zu kennen.

Aus einer gröfseren Anzahl von Messungen an guten Unruhen habe ich gefunden, dafs die Reifenstärke gleich dem äufseren Unruhdurchmesser multiplizirt mit 0,0245 bis 0,028 genommen werden kann, wobei ersteres Mafs für gröfsere und feinere, letzteres für kleinere oder weniger sorgfältig gearbeitete Unruhen gilt. Die Schenkelstärke = äufserer Unruhdurchmesser $\times$ 0,023 bis 0,025. Die Gewindestärke ist etwas geringer als die Reifenstärke zu nehmen.

Soll eine Unruhe, deren Gewicht und Durchmesser man bestimmt hat, bestellt werden, ist man also nicht in der Lage, dieselbe in jeder Beziehung passend auswählen zu können, so empfiehlt es sich, zur Erzielung des möglichst genauen Trägheitsmomentes, sowohl den äufseren Unruh- als auch den inneren Reifendurchmesser und das Gewicht anzugeben.

Würde eine ganz besondere Genauigkeit verlangt, so müfste man den Trägheitshalbmesser noch schärfer bestimmen, als dies für gewöhnlich nach dem äufseren Unruhdurchmesser möglich ist.

Da der Trägheitshalbmesser jedoch nur dann ganz genau bestimmt werden kann, wenn Abmessungen und Gewicht der Unruhe bekannt sind, das Gewicht aber erst gesucht werden soll, so könnte man hier nur derart zum Ziele gelangen, dafs man den Trägheitshalbmesser nach den im Vorhergehenden gegebenen Mafsen provisorisch annähme und hiernach das Gewicht rechnete. Sodann wäre eine Unruhe zu wählen, bei welcher diese Mafse zutreffen, und deren genaues Trägheitsmoment zu rechnen. Würde dasselbe mit dem aus der bewegenden Kraft gerechneten Trägheitsmoment nicht ganz übereinstimmen, so könnte leicht, indem man entweder den Durchmesser oder das Gewicht der Unruhe etwas anders nähme, das möglichst passende Trägheitsmoment erhalten werden.

In den meisten Fällen ist jedoch entweder der Trägheitshalbmesser genügend genau gleich dem inneren Reifenhalbmesser, oder es ist eine so grofse Genauigkeit überhaupt nicht erforderlich. Da überdies der Fehler im Gewicht der Unruhe, welcher durch einen nicht ganz streng richtig angenommenen Trägheitshalbmesser entsteht, meist nur ein verhältnismäfsig kleiner sein wird, so läfst er sich leicht durch eine geringe Veränderung in der Stärke der Zugfeder beseitigen.

Die Bestimmung von Gröfse und Gewicht der Unruhe nach dem gerechneten Trägheitsmoment könnte aufserordentlich erleichtert werden, wenn die Fabrikanten von Unruhen sich darauf einrichteten, für alle von ihnen fabrizirten Unruhen nicht nur Gröfse und Gewicht, sondern auch das genaue Trägheitsmoment anzugeben. —

Sind Trägheitsmoment und Trägheitshalbmesser einer Unruhe festgestellt, so kann mit Hilfe der Formel, welche zur Berechnung des Trägheitsmomentes der Unruhe dient, das **Gewicht der Unruhe** berechnet werden.

Aus der erwähnten Formel:

$$A = \frac{G \cdot r^2}{g},$$ worin A das Trägheitsmoment und r der Trägheitshalbmesser der Unruhe ist, erhält man

$$\text{das Gewicht } G = \frac{A \cdot g}{r^2}. \qquad (2)$$

3. Zahlenbeispiel.

Es soll das Gewicht der Unruhe bestimmt werden, deren Trägheitsmoment in Beispiel 2 berechnet wurde.

Da eine Schweizer Kompensationsunruhe verwendet werden soll, so erhält dieselbe nach den auf S. 11 gegebenen Vorschriften einen äufseren Durchmesser gleich dem Platinendurchmesser $\times$ 0,4 $= 41{,}2 \times 0{,}4 = 16{,}48$ mm.

Schraubenhöhe und Reifenstärke nehmen wir nach den auf S. 14 gegebenen Vorschriften, gleich dem äufseren Unruhdurchmesser $\times$ 0,076 $=$

$16{,}48 \times 0{,}076 = 1{,}25$ mm.,

womit der innere Reifenhalbmesser, welchen wir als Trägheitshalbmesser r annehmen, $=$

$$\frac{16{,}48}{2} - 1{,}25 = 6{,}99 \text{ mm. ist.}$$

Das Trägheitsmoment A der Unruhe wurde im Beispiel 2 $= 0{,}0017799$ gefunden, r soeben $=$ 6,99 mm, es ist also:

$$G = \frac{0{,}0017799 \cdot 9809}{6{,}99^2} = \frac{17{,}4486}{48{,}86} = 0{,}357 \text{ gr.}$$

Will der Uhrmacher eine Unruhe selbst ausführen, so mufs die Verteilung des Gesamtgewichtes auf

die einzelnen Teile derselben bekannt sein, bei Kompensationsunruhen also die Verteilung des Gewichtes auf den Reifen, die Schenkel und die Schrauben. Diese Verteilung ist entsprechend der verschiedenen Ausführung der Unruhen eine wechselnde. Besonders schwankt das Gewicht der Schrauben je nach dem Material, aus welchem sie hergestellt werden.

Für feinere Unruhen werden sie meist aus Gold oder wenigstens goldähnlichem Metall, für gewöhnlichere aus einer Komposition, deren spezifisches Gewicht etwas gröfser als das von Messing ist, hergestellt.

Bei Schweizer Unruhen, welche mit Kompositionsschrauben — meist 16 an der Zahl — versehen sind, erhalten dieselben ein Gewicht von etwa 0,33—0,35 vom Gesamtgewicht der Unruhe; dasselbe ist also mit 0,33 bis 0,35 zu multipliziren, um das Gewicht der Schrauben zu erhalten. Bei 18 Schrauben erhöht sich der obige Wert auf ca. 0,37.

Für Schweizer Unruhen feiner Qualität, mit goldähnlichen Schrauben, ist dieser Wert $=$ 0,39 bei 16 Schrauben, und gleich 0,42 bei 18 Schrauben.

Für englische und Glashütter Unruhen bester Qualität mit meist 10 gewöhnlichen und 4 Regulir-Schrauben aus Gold (bei englischen Unruhen sind letztere öfter auch aus Platin) ist der obige Wert gleich 0,46 bis 0,48 vom Gesamtgewicht der Unruhe, da hier die Schrauben fast immer höher gehalten sind.

Aus dem Gewicht der Unruhe ohne Schrauben, welches mittels der eben gegebenen Zahlen bestimmt werden kann, rechnet man sich nun das Gewicht der Schenkel. Ich habe dasselbe gleich 0,24 bis 0,27 vom Gewicht der Unruhe ohne Schrauben gefunden. Bei Glashütter Unruhen ist dasselbe etwas gröfser als bei den Schweizer Unruhen, da erstere in der Mitte des Schenkels eine Verstärkung zur Aufnahme des Hebesteins tragen. Für kleinere oder minder gut ausgeführte Unruhen wird das Gewicht des Reifens und der Schenkel verhältnismäfsig etwas gröfser zu nehmen sein als für gröfsere oder sorgfältiger ausgeführte Unruhen. Dies möge bei Benutzung der obigen Verhältniszahlen berücksichtigt werden.

Für Cylinderunruhen entfallen auf den Reifen 0,84, auf die 3 Schenkel 0,09 und auf das Mittelteil 0,07 vom Gesamtgewicht.

Mit Hilfe der spezifischen Gewichte der zu verwendenden Metalle und der Abmessungen der Teile der Unruhe, welche sich mittels der gegebenen Verhältniszahlen ermitteln lassen, können nun die zur Herstellung einer Unruhe noch fehlenden Mafse bestimmt werden.

Wäre z. B. Durchmesser und Stärke des Reifens einer Kompensationsunruhe, sowie das Gewicht, welches auf den Reifen entfällt, bestimmt worden, so liefse sich die Breite des Reifens berechnen.

Es könnte hierbei die Berechnung für den Messing- und Stahlring, welche beide zusammen den Reifen bilden, separat durchgeführt oder aber ein mittleres spezifisches Gewicht angenommen werden.

Das Volumen V des Reifens ist gleich seiner Länge l mal der Breite b und der Stärke d. Die Länge ist wieder gleich dem doppelten mittleren Reifenradius $Rm \times \pi$,

also $l = 2 \,.\, Rm \,.\, \pi$,

und $V = 2 \,.\, Rm \,.\, \pi \,.\, b \,.\, d$, woraus man das Gewicht findet, indem man mit dem spezifischen Gewicht s multiplizirt.

Es ist demnach $G = 2 \,.\, Rm \,.\, \pi \,.\, b \,.\, d \,.\, s$ und hieraus, da das Gewicht G, der mittlere Reifenradius Rm, die Reifenstärke d und das spezifische Gewicht s bekannt sind, die Reifenbreite

$$b = \frac{G}{2 \,.\, Rm \,.\, \pi \,.\, d \,.\, s}.$$

Auf ganz ähnliche Weise könnte die Breite des Schenkels berechnet werden, indem man dessen Stärke und Länge feststellt; ebenfalls der Durchmesser oder die Anzahl der Schrauben, indem man ihre Höhe, bezw. Höhe und Durchmesser derselben bestimmt. —

Um zu erproben, mit welcher Genauigkeit sich Trägheitsmoment und Gewicht einer Unruhe mittels

der von mir gegebenen Berechnungsmethode bestimmen lassen, habe ich für eine Anzahl von Cylinder- und Ankeruhren vollständige Berechnungen durchgeführt.

Bezüglich der Cylinderuhren verweise ich auf meine Veröffentlichung in der Deutschen Uhrmacher-zeitung 1894, da es hier zu weit führen würde, solche Berechnungen auch aufzunehmen.

An dieser Stelle gebe ich nur noch die vollständige Berechnung für eine mittelhohe Ankeruhr von Patek, Philippe & Co. in Genf, bemerke aber, dafs ich u. a. auch für eine 13 lig. Ankeruhr die Berechnung durchführte.

Bei diesen Berechnungen ging ich stets derart vor, dafs ich nach dem Kraftmoment der Feder und den Verhältnissen der Uhr das Trägheitsmoment der Unruhe berechnete, indem ich die Anzahl der Federwindungen und die hierbei wirkende Kraft, bei welcher die Uhr eben anging, möglichst genau bestimmte.

Das so erhaltene Trägheitsmoment verglich ich mit dem aus den Abmessungen der Unruhe berechneten Trägheitsmoment und fand, dafs die Übereinstimmung eine sehr gute war.

Nachrechnung:

Anker-Remontoir, offen, von Patek, Philippe & Co.

Platinendurchmesser = 41,2 mm;

Werkhöhe = 6,1 „

Zahnzahlen des Räderwerkes:

Federhaus 76 | 10—80 | 10—75 | 10—70 | 7 Gangtrieb.

Winkel der Gangradsbewegung (während der Wirkung) $= 11^0$;

Hebungswinkel des Ankers $= 8^1/_2{}^0$;

Gesamtbewegungswinkel der Unruhe (während der Wirkung) $= 35^0$;

Eigentlicher Hebungswinkel der Unruhe $= 29\,{}^3/_4{}^0$.

Die frisch geölte Uhr ging an, wenn die Feder im Mittel 1 Umgang aufgezogen war.

Die Kraft der Feder war hierbei = 62 gr.,

der Hebelarm = 40 mm;

das Kraftmoment der Feder ist also $62 \times 40 =$ 2480 Millimetergramm.

Äufserer Durchmesser der Unruhe = 16,45 mm.
Reifen- „ „ „ = 14,9 „
Reifenstärke „ „ = 0,45 „
Reifenbreite „ „ = 1,19 „
Die Unruhe ist mit 16 Kompositionsschrauben versehen.

Gewicht der Unruhe gewogen = 0,36 gr.

Übersetzung vom Federhaus bis Gangrad:

$$\frac{76 \,.\, 80 \,.\, 75 \,.\, 70}{10 \,.\, 10 \,.\, 10 \,.\, 7} = 4560\,;$$

Übersetzung vom Gangrad zum Anker $= \frac{11}{8{,}5}$;

Übersetzung vom Anker (Gabel) zur Unruhe

$$= \frac{8{,}5}{29{,}75}\,;$$

Kraftmoment, welches der Rechnung nach auf die Unruhe einwirken müfste:

$$\frac{2480 \,.\, 11 \,.\, 8{,}5}{4560 \,.\, 8{,}5 \,.\, 29{,}75} = 0{,}20109 \text{ mmgr.}$$

Nimmt man den Nutzeffekt gleich $^2/_3$ der gerechneten Kraft, so ist das thatsächlich auf die Unruhe einwirkende Kraftmoment

$$P = {}^2/_3 \,.\, 0{,}20109 = 0{,}13406 \text{ mmgr.}$$

Die Formel (1) zur Berechnung des Trägheitsmomentes der Unruhe lautet:

$$A = \frac{T^2 \,.\, P}{\pi^2 \,.\, \alpha}.$$

Nach obigem ist $P = 0{,}13406$;
die Zeitdauer einer Schwingung $T = 0{,}2$ Sek.;
der Spannungswinkel der Spirale $\alpha = 17^0 30'$ oder:

$$\alpha = \frac{2 \,.\, \pi}{360} \,.\, 17{,}5 = 0{,}30543.$$

Die Werte in die Formel eingesetzt, erhält man:

$$A = \frac{0{,}2^2 \,.\, 0{,}13406}{3{,}1416^2 \,.\, 0{,}30543} = \frac{0{,}0053624}{3{,}0145}\,;$$

$$A = 0{,}0017799$$

Nun soll das Trägheitsmoment der Unruhe nach ihren Abmessungen gerechnet werden.

Es sind zu diesem Zwecke zuerst die Trägheitsmomente der einzelnen Teile der Unruhe zu rechnen und diese sodann zu summiren, wodurch man das Trägheitsmoment der ganzen Unruhe erhält.

Berechnung der Volumen und Gewichte der einzelnen Teile der Unruhe.

a. Reifen:

Durchmesser = 14,9 mm;
Breite = 1,19 „
Stärke = 0,45 „
Länge des Reifens $= (14{,}9 - 0{,}45) \,.\, \pi = 14{,}45 \,.\, 3{,}1416 = 45{,}396$ mm.

Volumen $= 45{,}396 \,.\, 1{,}19 \,.\, 0{,}45 = 24{,}31$ cbmm.

Hiervon ist abzurechnen für zwei Einschnitte, welche als Prismen aufgefafst werden können:

$$0{,}7 \times 0{,}45 \times 1{,}19 = 0{,}75 \text{ cbmm},$$

und für 24 cylindrische Löcher mit einem mittleren Durchmesser von 0,37 mm:

$$0{,}185^2 \,.\, 3{,}1416 \,.\, 0{,}45 \,.\, 24 = 0{,}06 \times 24 = 1{,}44 \text{ cbmm.}$$

Genaues Volumen des Reifens daher =

$$24{,}31 - (0{,}75 + 1{,}44) = 22{,}12 \text{ cbmm.}$$

b. Schenkel:

Dieselben haben die bekannte geschwungene Form. Da diese für die Rechnung unbequem ist, so verwandeln wir die Fläche in ein Rechteck und erhalten hierdurch den Schenkel als vierseitiges Prisma mit rechteckigem Querschnitt von $1{,}4 \times 0{,}35$ mm.

Volumen $= 14 \,.\, 0{,}35 \,.\, 1{,}4 = 6{,}86$ cbmm.

Reifen und Schenkel zusammen haben ein Volumen $= 22{,}12 + 6{,}86 = 28{,}98$ cbmm.

Das Gewicht der Unruhe ohne Schrauben wurde mit 0,24 gr. gewogen, es wiegt 1 cbmm. also:

$$0{,}24 : 28{,}98 = 0{,}008281 \text{ Gramm.}$$

Das Gewicht des Reifens ist deshalb =

$$22{,}12 \times 0{,}008281 = 0{,}18319 \text{ gr.}$$

und das Gewicht des Schenkels =

$$6{,}86 \times 0{,}008281 = 0{,}05681 \text{ gr.}$$

c. Schrauben:

1) Schraubenkopf: Höhe $= 0{,}8$ mm.
Durchmesser $= 1{,}13$ mm.
Volumen $= 0{,}565^2 \,.\, 3{,}1416 \,.\, 0{,}8 = 0{,}8023$ cbmm, hiervon ab für den Einschnitt:
$$1{,}1 \,.\, 0{,}5 \,.\, 0{,}15 = 0{,}0825 \text{ cbmm.}$$
Genaues Volumen eines Schraubenkopfes daher:
$$0{,}8023 - 0{,}0825 = 0{,}7198 \text{ cbmm;}$$
Volumen der 16 Schraubenköpfe:
$$0{,}7198 \,.\, 16 = 11{,}5168 \text{ cbmm.}$$

2) Gewinde: Statt der Schraubenspindel mit Spitze wurde ein Cylinder mit 0,35 mm. Durchmesser und 0,9 mm. Höhe angenommen.
Volumen $= 0{,}175^2 \,.\, 3{,}1416 \,.\, 0{,}9 = 0{,}08659$ cbmm;
„ der 16 Gewinde:
$$0{,}08659 \,.\, 16 = 1{,}3854 \text{ cbmm;}$$
Volumen einer ganzen Schraube also:
$$0{,}7198 + 0{,}08659 = 0{,}80639 \text{ cbmm.}$$
Gewicht einer Schraube $=$
$$\frac{0{,}36 - 0{,}24}{16} = 0{,}0075 \text{ gr.;}$$
1 cbmm der Schrauben wiegt sonach:
$$\frac{0{,}0075}{0{,}80639} = 0{,}0093 \text{ gr.;}$$
Gewicht der 16 Schraubenköpfe:
$$11{,}5168 \,.\, 0{,}0093 = 0{,}1071 \text{ gr.;}$$
Gewicht der 16 Gewinde:
$$1{,}3854 \,.\, 0{,}0093 = 0{,}0129 \text{ gr.}$$

Berechnung der Trägheitsmomente:

a. Reifen: Das Trägheitsmoment eines an allen Stellen gleich starken Kreisringes, der sich um eine durch die Mitte gehende Achse dreht, kann nach der Formel:
$$T = M \,.\, \left(R_i^2 + R_i \,.\, d + \frac{d^2}{2}\right),$$
in wecher M die Masse, R_i den inneren Reifenhalbmesser und d die Stärke des Reifens bezeichnet, berechnet werden.

Statt der Massen setzen wir vorläufig die Gewichte ein

Nach obigem ist nun
$$T_1 = 0{,}18319 \,.\, \left(7^2 + 7 \,.\, 0{,}45 + \frac{0{,}45^2}{2}\right) =$$
$$0{,}18319 \,.\, (49 + 3{,}15 + 0{,}10125) = 0{,}18319 \,.\, 52{,}25125$$
$$T_1 = 9{,}571.$$

b. Schrauben: Weil alle Köpfe und Gewinde von der Drehungsachse gleich weit entfernt sind, können wir hier dieselbe Formel wie zur Berechnung des Trägheitsmomentes des Reifens anwenden.

1) Schraubenköpfe: R_i ist hier gleich dem äufseren Reifenhalbmesser $= 7{,}45$ mm, $d =$ der Höhe der Schrauben, die wir des Einschnittes halber nicht $= 0{,}8$ sondern $= 0{,}72$ mm. nehmen.
Es ist nun
$$T_2 = 0{,}1071 \,.\, \left(7{,}45^2 + 7{,}45 \,.\, 0{,}72 + \frac{0{,}72^2}{2}\right) =$$
$$0{,}1071 \,.\, (55{,}5025 + 5{,}36 + 0{,}25) = 0{,}1071 \,.\, 61{,}1125$$
$$T_2 = 6{,}533.$$

2) Gewinde: R_i ist hier $= 7{,}45 - 0{,}9 = 6{,}55$ mm, $d =$ Gewindelänge $= 0{,}9$ mm, folglich:
$$T_3 = 0{,}0129 \,.\, \left(6{,}55^2 + 6{,}55 \,.\, 0{,}9 + \frac{0{,}9^2}{2}\right) =$$
$$0{,}0129 \,.\, (42{,}9025 + 5{,}895 + 0{,}405) = 0{,}0129 \,.\, 49{,}2025$$
$$T_3 = 0{,}6396.$$

c. Schenkel: Formel $T = \frac{M \,.\, R^2}{3}$, worin M die Masse (wir setzen hierfür vorläufig das Gewicht ein) und R die halbe Länge des Schenkels (Länge vom Mittel aus) ist. Daher:
$$T_4 = \frac{0{,}05681 \,.\, 7^2}{3} = 0{,}92789$$
$$T_4 = 0{,}92789.$$

Das Trägheitsmoment der ganzen Unruhe ist nun:
$$A = \frac{9{,}571 + 6{,}533 + 0{,}6396 + 0{,}9278}{9809} = \frac{17{,}6714^{*)}}{9809}$$
$$A = 0{,}001801.$$

---

*) Dieser Ausdruck ist durch $g = 9809$ zu dividiren, weil in den vorhergehenden Berechnungen statt der Masse das

Das Trägheitsmoment der Unruhe nach den Abmessungen derselben gerechnet ist also = 0,001801; dasselbe aus der bewegenden Kraft gerechnet = 0,0017799. Der Unterschied ist wie ersichtlich nur ein geringer.

Rechnet man den Trägheitshalbmesser, so erhält man ihn aus der Formel, welche zur Bestimmung des Trägheitsmomentes A dient, wenn das Gewicht G und der Trägheitshalbmesser r gegeben sind: $A = \frac{G}{g} \cdot r^2$; da in unserem Falle A gegeben ist, so wird der Trägheitshalbmesser r sein =

$$\sqrt{\frac{A \cdot g}{G}};$$

also: $r = \sqrt{\frac{0{,}001801 \;.\; 9809}{0{,}36}} = 7{,}0061$ mm.

Der innere Reifenhalbmesser ist 7,00 mm, die Differenz zwischen Trägheitshalbmesser und inneren Reifenhalbmesser also ebenfalls nur sehr gering.

Hat man nach dem aus der bewegenden Kraft berechneten Trägheitsmoment der Unruhe deren Gewicht zu bestimmen und nimmt den inneren Reifenhalbmesser als Trägheitshalbmesser an, so erhält man das Gewicht, indem man die oben genannte Formel entsprechend ändert. Es ist dann:

$$G = \frac{A \cdot g}{r^2};$$

für unsere Nachrechnung ist daher:

$$G = \frac{0{,}0017799 \;.\; 9809}{7^2}, \text{ mithin:}$$

das Gewicht der Unruhe G berechnet = 0,356 gr. und
" " " " gewogen = 0,36 gr.

Zum Schlufs noch einige Bemerkungen. Es sei noch hervorgehoben, dafs es für unsere Berechnung von

---

Gewicht eingesetzt wurde, die Masse eines Körpers aber wie gesagt gleich seinem Gewicht ist, dividirt durch die Beschleunigung aus der Erdanziehung. (Vergl. S. 3.)

Wichtigkeit ist, die Anzahl von Umgängen richtig zu wählen, welche die Feder aufgezogen sein soll, um die Uhr zum Angehen zu bringen. Man wird dabei für Cylinder- und Ankeruhren am besten nicht viel über einen Umgang hinausgehen und es kann dieses Mafs für gewöhnlichere Uhren etwas geringer, für feinere Uhren aber etwas gröfser genommen werden.

Dafs sich die gegebene Berechnungsweise auch auf Unruhen von Uhren mit Duplex- oder Chronometergang anwenden läfst, ist anzunehmen. Es mangelte mir vorläufig noch an Zeit und Gelegenheit, dahingehende Untersuchungen und Messungen vorzunehmen; wohl aber hatte ich in der letzten Zeit Gelegenheit, die im Vorstehenden beschriebene Methode zur Berechnung von Gewicht und Durchmesser der Unruhe von tragbaren Uhren auch an einer solchen von aufsergewöhnlicher Bauart zu erproben. Das Resultat war ein zufriedenstellendes und ich darf es nun wohl aussprechen, dafs diese Methode in einer, für die thatsächliche Anwendung genügend einfachen und sicheren Weise zum Ziele führt.

Alois Yrk,
Lehrer an der k. k. Uhrmacherschule in Karlstein, N.-Österr.
